ĐỀ KIỂM TRA HOC SINH GIỎI LỚP 8

TRƯỜNG NGUYỄN GIA THIỀU - QUẬN TÂN BÌNH (2013-2014)

(Thi ngày: thứ 7 ngày 22/3/2014)

Thời gian: 120 Phút

Bài 1: Giải phương trình trình sau :

a) $x^3 - x - 24 = 0$

b) $\dfrac{2|x-3|}{x^2+2x-15} = 1$

c) $4x^2 - 3x - 1 = 0$

Bài 2:

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$

b) Chứng minh: $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ab}{c} \geq 2b$ (với a, b, c > 0)

Bài 3:

Cho hình vuông ABCD. Trên AB lấy N và M sao cho $AN = \dfrac{1}{3}AB$, $AM = \dfrac{1}{2}AB$. DN và DM cắt

AC lần lượt tại E và F.

a) Tính $\dfrac{AE}{AC}, \dfrac{AF}{AC}$

b) Chứng minh NF vuông góc AB.

c) Chứng minh $\Delta AEM \backsim \Delta ABC$

Bài 4:

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB lấy 2 tiếp tuyến Ax, Ay.

Lấy C thuộc Ax, D thuộc By sao cho CD là tiếp tuyến đường tròn (O).

a) Chứng minh: AC + BD = CD

b) Lấy M thuộc Ax, N thuộc By sao cho AM + BN = MN. Chứng minh MN là tiếp tuyến đường tròn (O).

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: **Giải phương trình trình sau :**

a) $x^3 - x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+3x+8) = 0 \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x = 3$

b) $\dfrac{2|x-3|}{x^2+2x-15} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2|x-3|}{(x+5)(x-3)} = 1 \qquad (1)$

Điều kiện: $x \neq -5; x \neq 3$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$2|x-3| = (x+5)(x-3) \qquad (2)$$

TH1: $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Với điều kiện trên, phương trình (2) trở thành:

$$2(x-3) = (x+5)(x-3) \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3(\text{loại}) \\ x = -3(\text{nhận}) \end{array}\right.$$

TH2: $x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$

Với điều kiện trên, phương trình (2) trở thành:

$$-2(x-3) = (x+5)(x-3) \Leftrightarrow (x-3)(x+7) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3(\text{loại}) \\ x = -7(\text{nhận}) \end{array}\right.$$

Vậy $S = \{-3; -7\}$

c) $4x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1}{4} \end{array}\right.$

Bài 2:

a) **Tìm GTLN:** $P = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$

Ta có : $P - 4 = \dfrac{4x+3}{x^2+1} - 4 = \dfrac{-(2x-1)^2}{x^2+1} \le 0 \Rightarrow P \le 4$

. Vậy giá trị lớn nhất của P là 4 khi $x = \dfrac{1}{2}$

b) **Chứng minh:** $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ab}{c} \ge 2b$ **(với a, b, c > 0)**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương, ta có:

$$\frac{bc}{a} + \frac{ab}{c} \ge 2\sqrt{\frac{bc}{a} \cdot \frac{ab}{c}} = 2b$$

Bài 3:

Cho hình vuông ABCD. Trên AB lấy N và M sao cho $AN=\frac{1}{3}AB,\ AM=\frac{1}{2}AB$. DN và DM cắt AC lần lượt tại E và F.

a) Tính $\frac{AE}{AC},\frac{AF}{AC}$

Xét ΔECD, ta có: AN // DC

$\Rightarrow \frac{AE}{EC}=\frac{AN}{DC}$ (hệ quả của đ/lý Thales)

Mà DC = AB

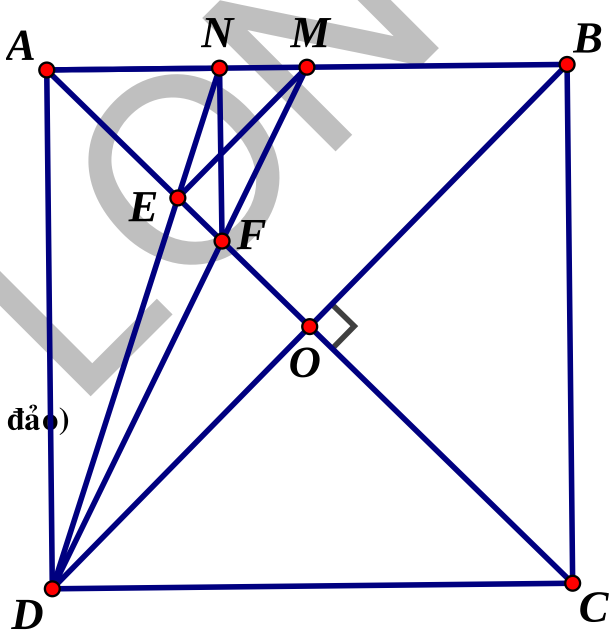
Nên $\frac{AE}{EC}=\frac{AN}{AB}=\frac{1}{3}\Rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$

Xét ΔFCD, ta có: AM // DC

$\Rightarrow \frac{AF}{FC}=\frac{AM}{DC}$ (hệ quả của đ/lý Thales)

Mà DC = AB

Nên $\frac{AF}{FC}=\frac{AM}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{AF}{AC}=\frac{1}{3}$



b) *Chứng minh NF vuông góc AB.*

Xét ΔACB, ta có:

$$\begin{cases}\frac{AF}{AC}=\frac{1}{3}\\ \frac{AN}{AB}=\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow \frac{AF}{AC}=\frac{AN}{AB}\Rightarrow NF\ //\ BC \text{ (Định lý Thales đảo)}$$

Mà $AB\perp BC$. Nên $NF\perp AB$

c) Chứng minh $\Delta AEM \backsim \Delta ABC$

Xét ΔAOB, ta có:

$$\begin{cases}\text{E là trung điểm của AO (...)}\\ \text{M là trung điểm của AB (gt)}\end{cases}$$

$\Rightarrow$ EM là đường trung bình của ΔABC $\Rightarrow$ EM // BD. Mà $BD\perp AC$. Nên $EM\perp AC$.

Xét ΔAEM và ΔABC, ta có:

$$\begin{cases}\text{A chung}\\ AEM=ABC\left(=90^0\right)\end{cases}\Rightarrow \Delta AEM\backsim \Delta ABC(g-g)$$

Bài 4:

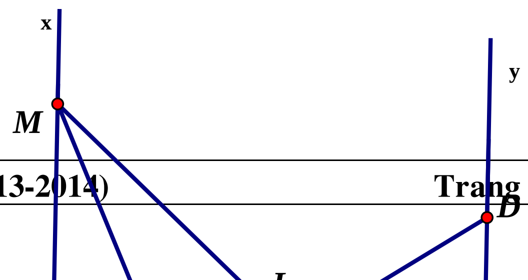
Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB lấy 2 tiếp tuyến Ax, Ay. Lấy C thuộc Ax, D thuộc By sao cho CD là tiếp tuyến đường tròn (O).

a) Chứng minh: AC + BD = CD

Gọi E là tiếp điểm của CD và (O).

Xét (O), Ta có:

$$\begin{cases}AC=CE\left(\text{tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau tại C}\right)\\ BD=DE\left(\text{tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau tại D}\right)\end{cases}$$



$\Rightarrow AC + BD = CE + DE = CD\left(E \in \text{đoạn } CD\right)$

b) Lấy M thuộc Ax, N thuộc By sao cho AM + BN = MN.
Chứng minh MN là tiếp tuyến đường tròn (O).

Gọi I là trung điểm của MN. Vẽ $OF \perp MN$ tại F.

Xét hình thang ABNM (AM // BN) , ta có:

$$\begin{cases} \text{I là trung điểm của MN (cách vẽ)} \\ \text{O là trung điểm của AB (AB là đường kính của (O))} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ OI là đường trung bình của hình thang ABNM.

$$\Rightarrow \begin{cases} OI = \dfrac{AM + BN}{2} = \dfrac{MN}{2}\left(\text{Vì } AM + BN = MN\right) \\ OI \,//\, BD \,//\, AC \end{cases}$$

Mà $IN = \dfrac{MN}{2}\left(\text{I là trung điểm của MN}\right)$. Nên $IO = IN \Rightarrow \Delta ION$ cân tại I

$\Rightarrow ION = INO$.

Mà $ION = ONB\left(\text{Hai góc so le trong, } OI \,//\, BD\right)$. Nên $INO = ONB$

Xét ΔOFN vuông tại F và ΔOBN vuông tại B, ta có:

$$\begin{cases} \text{ON chung} \\ INO = ONB\left(\text{cmt}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta OFN = \Delta OBN \text{ (ch-gn)} \Rightarrow OF = OB \text{(hai cạnh tương ứng)}$$

Mà OB là bán kính của (O) (gt). Nên OF là bán kính của (O).

Xét (O), ta có:

$$\begin{cases} MN \perp OF \text{ tại F(cách vẽ)} \\ \text{OF là bán kính (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \text{MN là tiếp tuyến của (O) tại F.}$$

HẾT